

**МОДИФИКАЦИЯ ФОРМУЛ ЭЙТКЕНА  
И АЛГОРИТМЫ АНАЛИТИЧЕСКОГО НАХОЖДЕНИЯ  
КРАТНЫХ КОРНЕЙ ПОЛИНОМОВ**

**М.М. Чернявский, Ю.В. Трубников**

*Учреждение образования «Витебский государственный университет  
имени П.М. Машерова»*

Развитие возможностей компьютерной техники возродило интерес к исследованию связей между корнями полиномов и коэффициентами степенных рядов для функций от них. Также актуальным является вопрос о получении точных формул для вычисления значений кратных корней многочленов произвольной степени.

Цель статьи – получить аналоги формул Эйткена в терминах коэффициентов ряда Тейлора для функции  $1 / f(z)$ , где  $f(z)$  – полином произвольной степени, и рассмотреть алгоритмы получения точных формул, выражающих значения кратных корней полиномов через коэффициенты.

**Материал и методы.** Материал исследования – алгебраические полиномы комплексного аргумента произвольной степени  $f(z)$  и разложение функций  $1 / f(z)$  в ряд Тейлора, а также дискриминанты и результаты этих полиномов. Использованы методы математического анализа и система компьютерной математики Maple 2019.

**Результаты и их обсуждение.** Доказана справедливость формул для приближенного вычисления значений простых корней полиномов, в которых используются коэффициенты ряда Тейлора для функции  $1 / f(z)$ . Такие формулы являются аналогами формул Эйткена и легко реализуются в системах компьютерной математики.

Во второй части статьи показано, как, исследуя дискриминанты и результаты полиномов, можно построить ряд формул для точного нахождения кратных корней. В случаях, когда несколько корней имеют одинаковую кратность, получаются соотношения связи между корнями и коэффициентами полинома, существенно уточняющие соотношения Виета.

**Заключение.** На конкретных числовых примерах алгебраических уравнений с действительными и комплексными коэффициентами в системе компьютерной математики была подтверждена эффективность полученных аналогов формул Эйткена. Кроме того, в статье проанализированы различные алгоритмы для получения точных формул, выражающих значения кратных корней полиномов через коэффициенты.

**Ключевые слова:** полином, алгебраические уравнения, ряд Тейлора, формулы Эйткена, результат, дискриминант, кратные корни, аналитическое решение.

**MODIFICATION OF AITKEN'S FORMULAS  
AND ALGORITHMS FOR ANALYTICAL FINDING  
OF MULTIPLE ROOTS OF POLYNOMIALS**

**M.M. Chernyavsky, Yu.V. Trubnikov**

*Educational Establishment "Vitebsk State P.M. Masherov University"*

The development of the capabilities of computer technology has revived interest in the study of relationships between the roots of polynomials and the coefficients of power series for functions of them. Also current is the issue of obtaining exact formulas for calculating the values of multiple roots of polynomials of arbitrary degree.

The purpose of the article is to obtain analogs of Aitken's formulas in terms of the coefficients of the Taylor series for the function  $1 / f(z)$ , where  $f(z)$  is a polynomial of arbitrary degree, and to consider algorithms for obtaining exact formulas expressing the values of multiple roots of polynomials in terms of coefficients.

**Material and methods.** The research material is the algebraic polynomials of a complex argument of arbitrary degree  $f(z)$  and the expansion of the functions  $1 / f(z)$  in a Taylor series, as well as the

discriminants and resultants of these polynomials. Methods of the mathematical analysis and Maple 2019 system of computer mathematics were used in the research.

**Findings and their discussion.** The validity of formulas for approximate calculation of the values of simple polynomial roots has been proved. These formulas use Taylor's series for  $1/f(z)$ . Such formulas are analogous to Aitken's formulas and are quickly applied in systems of computer mathematics.

In the second part of the article, it is shown how, while studying the discriminants and resultants of polynomials, one can obtain many formulas for the exact finding of multiple roots. In cases where several roots have the same multiplicity, it is possible to obtain the relationships between the roots and the coefficients of the polynomial. Such relationships essentially refine Vieta's formulas.

**Conclusion.** On specific numerical examples of algebraic equations with real and complex coefficients in the system of computer mathematics, the effectiveness of the obtained analogues of Aitken's formulas was confirmed. In addition, the article analyzes various algorithms to obtain exact formulas expressing the values of multiple roots of polynomials in terms of coefficients.

**Key words:** polynomial, algebraic equations, Taylor series, Aitken's formulas, resultant, discriminant, multiple roots, analytical solution.