УДК 517.926+517.977

О достаточном условии равномерной стабилизируемости двумерных линейных управляемых систем с локально интегрируемыми коэффициентами

И.В. Инц, А.А. Козлов

Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

Рассматривается двумерная линейная управляемая система с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathrm{R}^2, \quad u \in \mathrm{R}^m, \quad m \in \{1,2\}, \quad t \geq 0. \tag{1}$$

Управление в системе (1) *строится по принципу линейной обратной связи* $u = U(t)x$ *с измеримой и ограниченной матричной функцией* $U(t)$, $t \geq 0$. *В результате подстановки выбранного управления в исходную систему получится однородная система с коэффициентами из того же класса, что и в системе* (1)

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t))x, \quad x \in \mathrm{R}^2, \quad t \geq 0. \tag{2}$$

В представленной работе доказано, что свойство равномерной полной управляемости системы (1) *является достаточным условием пропорциональной глобальной управляемости верхнего особого показателя* $\Omega^0(A+BU)$ *соответствующей системы* (2) *на множестве* $\{\mu \in \mathrm{R} : |\mu| \leq \mu_0\}$ *при каждом* $\mu_0 > 0$ *(теорема 1), т.е. для каждого* $\mu_0 > 0$ *существует число* $l = l(\mu_0) > 0$ *такое, что для любого* $\mu \in \mathrm{R}$, $|\mu| \leq \mu_0$, *найдется измеримое и ограниченное управление* $U(t)$, $t \geq 0$, *удовлетворяющее при всех* $t \geq 0$ *оценке* $\|U(t)\| \leq l|\mu|$ *и гарантирующее для верхнего особого показателя* $\Omega^0(A+BU)$ *системы* (2) *с* $U = U(\cdot)$ *выполнение равенства* $\Omega^0(A+BU) = \Omega^0(A) + \mu$, *где* $\Omega^0(A)$ *– верхний особый показатель системы* (2) *при* $U(t) \equiv 0$. *Отрицательность верхнего особого показателя для системы* (2) *с некоторым управлением* U *обеспечивает ее равномерную стабилизируемость (все решения системы* (2) *с управлением* U *будут стремиться к нулю при* $t \to +\infty$ *). В связи с этим на основании теоремы 1 в настоящей статье установлена также равномерная стабилизируемость системы* (2) *при условии наличия равномерной полной управляемости у соответствующей системы* (1) *(следствие 1).*

Предложенный подход к решению задачи равномерной стабилизируемости двумерных систем (2) *позволяет в дальнейшем распространить полученные результаты на случай линейных систем* (2) *произвольной размерности фазового пространства.*

Ключевые слова: *линейная управляемая система, равномерная полная управляемость, верхний особый (генеральный) показатель, равномерная стабилизируемость.*

About the Sufficient Condition of Uniform Stabilizability of Two-Dimensional Linear Control Systems with Locally Integrable Coefficients

I.V. Ints, A.A. Kozlov

Educational Establishment «Polotsk State University»

In this paper we consider a two-dimensional linear control system with a locally integrable and integrally bounded coefficients

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathrm{R}^2, \quad u \in \mathrm{R}^m, \quad m \in \{1,2\}, \quad t \geq 0. \tag{1}$$

The control of the system (1) *is constructed on the principle of a linear feedback* $u = U(t)x$ *with measurable and bounded matrix function* $U(t)$, $t \geq 0$. *As a result of the lookup of the selected control in the initial system we get a homogeneous closed-loop system with coefficients from the same class, as in* (1)

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t))x, \quad x \in \mathrm{R}^2, \quad t \geq 0, \tag{2}$$

In the present work it is proved that the property of uniform full controllability of system (1) *is a sufficient condition* *proportional global controllability of upper general Bohl exponent* $\Omega^0(A+BU)$ *of the corresponding system* (2) *on the set* $\{\mu \in \mathbb{R} : |\mu| \leq \mu_0\}$ *in any* $\mu_0 > 0$ *(theorem 1), i.e. for each* $\mu_0 > 0$ *exists the number* $l = l(\mu_0) > 0$ *such that for any* $\mu \in \mathbb{R}$, $|\mu| \leq \mu_0$, *there are measurable and bounded control* $U(t)$, $t \geq 0$, *satisfying for all* $t \geq 0$ *inequality* $\|U(t)\| \leq l|\mu|$ *and guarantees for upper general Bohl exponent* $\Omega^0(A+BU)$ *of the system* (2) *with* $U = U(\cdot)$ *the realization of the equality* $\Omega^0(A+BU) = \Omega^0(A) + \mu$, *where* $\Omega^0(A)$ – *upper general Bohl exponent of the system* (2) *with* $U(t) \equiv 0$. *Negativity of the upper general Bohl exponent for system* (2) *with some control* U *provides uniform stabilizability (all solutions of system* (2) *with control* U *will tend to the zero when* $t \to +\infty$ *). In this regard, on the basis of theorem 1 in this article uniform stabilability of the system* (2) *is established under condition of uniform full controllability of the corresponding system* (1) *(corollary 1).*

The proposed approach to solving the problem of uniform stabilizability of two-dimensional systems (2) allows further dissemination of the obtained results onto the case of linear systems (2) of arbitrary dimension of the phase space.

Key words: *linear control system, uniform full controllability, upper general Bohl exponent, uniform stabilizability*.