

# О разрывах частных производных высших порядков решений общего одномерного факторизованного волнового уравнения в четверти плоскости

Ф.Е. Ломовцев

Белорусский государственный университет

В настоящей статье изучается гладкость частных производных высших порядков  $k \geq 3$  классических решений  $u \in C^{k-1}(G_x)$  одномерного волнового уравнения  $(\partial_t - a_2 \partial_x + b_2)(\partial_t + a_1 \partial_x + b_1)u(x,t) = f(x,t)$  и его правой части  $f$  в первой четверти плоскости.

Цель исследования – нахождение линий разрывов частных производных высших порядков классических решений этого волнового уравнения в случае существования производных высших порядков и выявление необходимых требований гладкости на правую часть  $f$  для существования классических решений  $u \in C^k(G_x)$ ,  $k \geq 3$ .

**Материал и методы.** Применяется метод распространяющихся волн из курса уравнений математической физики, при этом используются общие свойства линейных гиперболических дифференциальных уравнений.

**Результаты и их обсуждение.** Доказано, что частные производные высших порядков  $k \geq 3$  классических решений  $u \in C^{k-1}(G_x)$  одномерного факторизованного неоднородного волнового уравнения могут иметь разрыв в первой четверти плоскости лишь на кусках характеристик  $x - a_1 t = C_1$ ,  $x + a_2 t = C_2$ , на кусках прямых  $x - \sqrt[2k]{(-a_2)^{k-j} a_1^j} t = C_{j+2}$ ,  $j = \overline{1, k-1}$ , при  $k$  нечетных и кусках прямых  $x - \sqrt[2k]{a_2^{k-j} a_1^j} t = C_{j+2}$ ,  $x + \sqrt[2k]{a_2^{k-j} a_1^j} t = C_{j+3}$ ,  $j = 1, 3, 5, \dots, k-1$ , при  $k$  четных. Это позволило вывести необходимость требования гладкости  $f \in C^{k-2}(G_x)$  и соответствующих интегральных требований гладкости на правую часть  $f$  для существования более гладких классических решений  $u \in C^k(G_x)$ ,  $k \geq 3$ , исследуемого уравнения.

**Заключение.** Результаты можно применить для поиска необходимых требований гладкости на правую часть  $f$  в теоремах повышения гладкости классических решений смешанных задач для искомого уравнения в полуполосе плоскости методом «вспомогательных смешанных задач для полуограниченной струны».

**Ключевые слова:** факторизованное уравнение колебаний струны, классическое решение неоднородного уравнения, носитель разрыва частной производной высшего порядка, необходимое требование гладкости.

## About Rupture of Higher-Order Partial Derivatives of Solutions of the General Factorized One-Dimensional Wave Equation in a Quarter of the Plane

F.E. Lomovtsev

Belarusian State University

In this paper we study the smoothness of the partial derivatives of higher orders  $k \geq 3$  of classical solutions  $u \in C^{k-1}(G_x)$  of one-dimensional wave equation  $(\partial_t - a_2 \partial_x + b_2)(\partial_t + a_1 \partial_x + b_1)u(x,t) = f(x,t)$  and its right-hand side  $f$  in the first quarter of the plane.

The purpose of the article – finding break lines of partial derivatives of higher orders of classical solutions of the wave equation in the case of the existence of these derivatives and the identification of necessary smoothness requirements on the right-hand side  $f$  for the existence of classical solutions  $u \in C^k(G_x)$ ,  $k \geq 3$ , of this equation.

**Material and methods.** The purpose of the article is achieved by propagating waves from a course of mathematical physics equations, using the general properties of linear hyperbolic differential equations.

**Findings and their discussion.** It is proved that the partial derivatives of higher orders  $k \geq 3$  of classical solutions  $u \in C^{k-1}(G_x)$  of one-dimensional factored inhomogeneous wave equation can have a break only on the pieces on the

characteristics:  $x - a_1 t = C_1, x + a_2 t = C_2$ , to pieces of the direct:  $x - \sqrt[k]{(-a_2)^{k-j} a_1^j} t = C_{j+2}, j = \overline{1, k-1}$ , for the odd index  $k$  and to pieces of the direct:  $x - \sqrt[k]{a_2^{k-j} a_1^j} t = C_{j+2}, x + \sqrt[k]{a_2^{k-j} a_1^j} t = C_{j+3}, j = 1, 3, 5, \dots, k-1$ , for the even index  $k$ . This allowed us to take the necessary requirements of smoothness  $f \in C^{k-2}(G_x)$  and the corresponding integral smoothness requirements on the right-hand side  $f$  for the existence of more smooth classical solutions  $u \in C^k(G_x), k \geq 3$ , of this equation.

**Conclusion.** The results can be used to search for the required smoothness requirements on the right-hand side  $f$  to increase the smoothness theorems of classical solutions of mixed problems for the desired equation in using the method of «auxiliary mixed problems for a semi-infinite string».

**Key words:** the factorized equation of string vibrations, a classical solution of the inhomogeneous equation, the gap support of higher order partial derivative, a necessary smoothness requirement.