УДК 512.542

О решеточных свойствах классов Фиттинга

Н.Т. Воробьев, Е.Д. Ланцетова
Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

Классом Фиттинга называется класс групп $\mathfrak{X}$, замкнутый относительно нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{X}$-подгрупп. В работе изучаются свойства максимальных подклассов Фиттинга. Доказано, что если $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{Y}$ – классы Фиттинга такие, что $\mathfrak{X}$ максимален в $\mathfrak{Y}$, то справедливо одно из условий:

1) $\mathfrak{X}^* = \mathfrak{Y}^*$ *и для некоторого простого p класс Фиттинга $\mathfrak{X}$ имеет индекс p в $\mathfrak{Y}$;*
2) *если $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{Y}$ имеют одинаковые характеристики, то $\mathfrak{X} = \mathfrak{X}^* \cap \mathfrak{Y}$ и существует группа G в $\mathfrak{Y}\backslash\mathfrak{X}$ такая, что $\mathfrak{Y} = FitG \vee \mathfrak{X}$;*
3) *если существует простое p, которое принадлежит характеристике $\mathfrak{Y}$, но не принадлежит характеристике $\mathfrak{X}$, то $\mathfrak{Y} = \mathfrak{N}_p \vee \mathfrak{X}$.*

Кроме того, мы определяем семейства классов Фиттинга, решетка которых дистрибутивна. В частности, для классов Фиттинга $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{Y}$ выполняется дистрибутивное тождество в каждом из следующих случаев:

1) *существует такое множество простых чисел π, что $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{Y}\mathfrak{S}_{\pi'}$ и $\mathfrak{Y} \subseteq \mathfrak{X}\mathfrak{S}_{\pi'}$;*
2) *$\mathfrak{F}$ – класс Локетта, существует такое множество простых чисел π и классы Фиттинга $\mathfrak{X}_0$ и $\mathfrak{Y}_0$ с взаимно простыми характеристиками такие, что $\mathfrak{X} = \mathfrak{X}_0\mathfrak{N}_\pi$ и $\mathfrak{Y} = \mathfrak{Y}_0\mathfrak{N}_\pi$.*

Мы находим также условия дистрибутивности произведения классов Фиттинга относительно их решеточного объединения. Доказано, что для классов Фиттинга $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{F}$ дистрибутивное тождество $\mathfrak{X}(\mathfrak{Y} \vee \mathfrak{F}) = \mathfrak{X}\mathfrak{Y} \vee \mathfrak{X}\mathfrak{F}$ выполняется, если верно одно из утверждений:

1) *существует множество простых чисел π, для которого $\mathfrak{Y} \subseteq \mathfrak{F}\mathfrak{S}_{\pi'}$ и $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{Y}\mathfrak{S}_{\pi'}$;*
2) *если $\mathfrak{Y} \subseteq \mathfrak{F}^*$, $\mathfrak{X}$ – класс Локетта, то для каждого простого p из характеристики $\mathfrak{Y}$ выполняется условие $\mathfrak{X} \neq \mathfrak{X}\mathfrak{N}_p$.*

Ключевые слова: *класс Фиттинга, решетка классов Фиттинга, дистрибутивная решетка.*

About Lattice Properties of Fitting Classes

N.T. Vorobyev, E.D. Lantsetova
Educational Establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

A Fitting class is a class of groups, which is closed with respect to normal subgroups and to products of normal $\mathfrak{X}$-subgroups. We studied the properties of the maximal subclasses of Fitting classes. Let $\mathfrak{X}$ and $\mathfrak{Y}$ be Fitting classes such that $\mathfrak{X}$ is maximally contained in $\mathfrak{Y}$. Then one of the following statements is true:

1) $\mathfrak{X}^* = \mathfrak{Y}^*$ *and for some prime p Fitting class $\mathfrak{X}$ has index p in $\mathfrak{Y}$;*
2) *if $\mathfrak{X}$ and $\mathfrak{Y}$ have the same characteristics, $\mathfrak{X} = \mathfrak{X}^* \cap \mathfrak{Y}$ and there exists a group G in $\mathfrak{Y}\backslash\mathfrak{X}$ such that $\mathfrak{Y} = FitG \vee \mathfrak{X}$;*
3) *there exists a prime p, in the characteristic of $\mathfrak{Y}$, but not in the characteristic of $\mathfrak{X}$ such tha $\mathfrak{Y} = \mathfrak{N}_p \vee \mathfrak{X}$.*

Besides, we defined the family of Fitting classes, the lattice of which is distributive. Let $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{X}$ and $\mathfrak{Y}$ be Fitting classes. The distributive identity holds, if one of the following statements is true:

1) *there exists a set of primes π such that $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{Y}\mathfrak{S}_{\pi'}$ and $\mathfrak{Y} \subseteq \mathfrak{X}\mathfrak{S}_{\pi'}$;*
2) *$\mathfrak{F}$ is a Lockett class, and there exists a set of primes π and Fitting classes, whose characteristics are coprime, $\mathfrak{X}_0$ and $\mathfrak{Y}_0$ such that $\mathfrak{X} = \mathfrak{X}_0\mathfrak{N}_\pi$ and $\mathfrak{Y} = \mathfrak{Y}_0\mathfrak{N}_\pi$.*

We found the conditions for the distributivity of the product of Fitting classes with respect to their lattice joins. Let $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$ and $\mathfrak{F}$ be Fitting classes $\mathfrak{X}(\mathfrak{Y} \vee \mathfrak{F}) = \mathfrak{X}\mathfrak{Y} \vee \mathfrak{X}\mathfrak{F}$ if one of the following statements is true:

1) *there exists a set of primes π, such that $\mathfrak{Y} \subseteq \mathfrak{F}\mathfrak{S}_{\pi'}$ and $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{Y}\mathfrak{S}_{\pi'}$;*
2) *$\mathfrak{Y} \subseteq \mathfrak{F}^*$, $\mathfrak{X}$ is a Lockett class, and for each prime p in the characteristic of $\mathfrak{Y}$, it is the case that $\mathfrak{X} \neq \mathfrak{X}\mathfrak{N}_p$.*

Key words: *Fitting class, lattice of Fitting classes, distributive lattice.*