УДК 512.542

О СВОЙСТВАХ ИНЪЕКТОРОВ ВО МНОЖЕСТВАХ ФИТТИНГА

Н.Т. Воробьев, Т.К. Петрова

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

Все рассматриваемые группы конечны. Непустое множество $\mathcal{F}$ подгрупп группы G называется множеством Фиттинга G, если выполняются: 1) если $T \trianglelefteq\trianglelefteq S$ и $S \in \mathcal{F}$, то $T \in \mathcal{F}$; 2) если $S, T \in \mathcal{F}$ и $S, T \trianglelefteq ST$, то $ST \in \mathcal{F}$; 3) если $S \in \mathcal{F}$ и $x \in G$, то $S^x \in \mathcal{F}$.

Подгруппа V группы G называется: 1) $\mathcal{F}$-максимальной, если она удовлетворяет следующим условиям: 1) $V \in \mathcal{F}$; 2) если $V \leq U \leq G$ и $U \in \mathcal{F}$, то $U = V$; 2) $\mathcal{F}$-инъектором G, если $V \cap N$ − $\mathcal{F}$-максимальная подгруппа N, для любой субнормальной подгруппы N группы G.

Пусть $\mathfrak{S}$ – класс Фиттинга разрешимых групп и $\mathcal{F}$ – множество Фиттинга группы G. Тогда $\mathcal{F} \odot \mathfrak{S}$ – множество подгрупп $\{H \leq G | H/H_{\mathcal{F}} \in \mathfrak{S}\}$.

Множество Фиттинга $\mathcal{F}$ группы G называют: 1) π-насыщенным, если $\mathcal{F} \odot \mathcal{E}_{\pi'} = \mathcal{F}$; 2) наследственным, если $G \in \mathcal{F}$ и $H \leq G$, то $H \in \mathcal{F}$.

Цель исследования – описание $\mathcal{F}$-инъекторов факторгрупп для фиттингового множества группы G, которая в общем случае не разрешима.

Материал и методы. *Используются терминология и методы абстрактной теории групп. В частности, методы теории классов и множеств Фиттинга.*

Результаты и их обсуждение. *Доказана*

Теорема А. *Пусть $G \in \mathcal{F} \odot \mathfrak{S}$, $\mathcal{F}$ – наследственное множество Фиттинга G и $N \trianglelefteq G$. Тогда: 1) множество подгрупп $\mathcal{F}_{G/N} = \{SN/N$: S – $\mathcal{F}$-инъектор $SN\}$ группы G/N является множеством Фиттинга G/N; 2) если V – $\mathcal{F}$-инъектор G, то VN/N является $\mathcal{F}$-инъектором G/N.*

Теорема Б. *Пусть $\mathcal{F}$ – π -насыщенное множество Фиттинга π-разрешимой группы G и $N \trianglelefteq G$. Тогда: 1) множество подгрупп $\mathcal{F}_{G/N} = \{SN/N$: S – $\mathcal{F}$-инъектор $SN\}$ группы G/N является множеством Фиттинга G/N; 2) если V – $\mathcal{F}$-инъектор G, то VN/N является $\mathcal{F}$-инъектором G/N.*

Заключение. *Описан метод построения $\mathcal{F}$-инъекторов факторгрупп в случае, когда $\mathcal{F}$ − наследственное или π-насыщенное множество Фиттинга частично разрешимой группы.*

Ключевые слова: *группа, класс Фиттинга, множество Фиттинга, $\mathcal{F}$-инъектор.*

ON PROPERTIES OF INJECTORS IN FITTING SETS

N.T. Vorobyev, T.K. Petrova

Education Establishment “*Vitebsk State P.M. Masherov University*”

All the considered groups are finite. A non-empty set $\mathcal{F}$ of subgroups of a group G is called a Fitting set of G if the following three conditions are satisfied: 1) if $T \trianglelefteq\trianglelefteq S$ and $S \in \mathcal{F}$, then $T \in \mathcal{F}$; 2) if $S, T \in \mathcal{F}$ and $S, T \trianglelefteq ST$, then $ST \in \mathcal{F}$; 3) if $S \in \mathcal{F}$ and $x \in G$, then $S^x \in \mathcal{F}$.

Let $\mathcal{F}$ be a Fitting set of a group G. A subgroup V of G is called: 1) $\mathcal{F}$-maximal if the following conditions are satisfied: 1) $V \in \mathcal{F}$; 2) if $V \leq U \leq G$ and $U \in \mathcal{F}$, then $U=V$; 2) $\mathcal{F}$-injector G, if $V \cap N$ is an $\mathcal{F}$-maximal subgroup N, for any subnormal subgroup N of G.

Let $\mathfrak{S}$ be the Fitting class of soluble groups and $\mathcal{F}$ the Fitting set of G. Then $\mathcal{F} \odot \mathfrak{S}$ is the set of subgroups $\{H \leq G | H/H_{\mathcal{F}} \in S\}$.

The Fitting set $\mathcal{F}$ of the group G is called: 1) π -saturated if $\mathcal{F} \odot \mathcal{E}_{\pi'} = \mathcal{F}$; 2) hereditary, if $G \in \mathcal{F}$ and $H \leq G$, then $H \in \mathcal{F}$.

The purpose of the research is a description of $\mathcal{F}$-injectors of factor groups for a fitting set of a group G, which in the general case is not soluble.

Material and methods. *The terminology and methods of abstract group theory are used, in particular, methods of the theory of classes and Fitting sets.*

Findings and their discussion. *Proven*

Theorem A. *Let $G \in \mathcal{F} \odot \mathfrak{S}$, $\mathcal{F}$– hereditary Fitting set of group G and $N \trianglelefteq G$. Then: 1) the set $\mathcal{F}_{G/N}$ = {SN/N:S is an $\mathcal{F}$-injector of SN} is a Fitting set of G/N; 2) if V is an $\mathcal{F}$-injector of G, then VN/N is an $\mathcal{F}$-injector of G/N.*

Theorem B. *Let $\mathcal{F}$ be a π-saturated Fitting set of π-soluble group G and $N \trianglelefteq G$. Then: 1) the set $\mathcal{F}_{G/N}$= {SN/N:S is an $\mathcal{F}$-injector of SN} is a Fitting set of G/N; 2) if V is an $\mathcal{F}$-injector of G, then VN/N is an $\mathcal{F}$-injector of G/N.*

Conclusion. *A method is described for constructing $\mathcal{F}$-injectors of factor groups in the case when $\mathcal{F}$ is a hereditary or $\mathcal{F}$-saturated Fitting set of a partially soluble group.*

Key words: *group, Fitting class, Fitting set, $\mathcal{F}$-injector.*