УДК 517.518.826

Построение полинома наилучшего приближения для суммы функций независимых аргументов

Ю.В. Трубников, К.Л. Якуто
Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

Во многих задачах физики возникает необходимость аппроксимировать потенциал того или иного вида. Аппроксимацию можно производить, используя полиномы наилучшего приближения. В частном случае потенциал может быть представлен в виде суммы функций независимых аргументов. Возникает вопрос: как связаны между собой полином наилучшего приближения для функции и полиномы наилучшего приближения для каждого из ее слагаемых?

Цель статьи – доказать, что полином наилучшего приближения для функции, представимой в виде суммы функций независимых действительных аргументов, равен сумме полиномов наилучшего приближения для каждого из слагаемых функции.

Материал и методы. *Материалом для данной работы послужили полиномы наилучшего приближения (экстремальные полиномы) для функции, представляющей собой сумму функций независимых аргументов. Доказательство сделанного предположения осуществлялось в три этапа. Сначала были построены функционалы экстремальных полиномов для каждого из слагаемых функции. Затем было показано, что композиция функционалов для каждого из слагаемых является функционалом экстремального полинома для функции. После этого композиция функционалов была применена к функции и подтверждена правильность сделанного предположения.*

Результаты и их обсуждение. *Экстремальным полиномом на подпространстве, образованном функциями вида* $f \; s_1, s_2, \ldots, s_m \; = s_1^{t_1} s_2^{t_2} \cdot \ldots \cdot s_m^{t_m} \;\; 0 \le t_j \le n_j$ *, является сумма экстремальных полиномов* $P_{n_1} \; s_1 \; + P_{n_2} \; s_2 \; + \ldots + P_{n_m} \; s_m$ *.*

В задаче двух тел Земля–Солнце после аппроксимации получается система дифференциальных уравнений $\ddot{x} = ax, \; \ddot{y} = ay, \; \ddot{z} = az,$ *в которой* $a = -\dfrac{2\gamma M}{r_{\min} r_{\max} \;\; r_{\min} + r_{\max}}, \; \gamma = 6,72 \cdot 10^{-11} \, Нм^2 кг^{-2}, \; M = 1,9891 \cdot 10^{30} \, кг,$ $r_{\min} = 1,471 \cdot 10^{11} \, м, \; r_{\max} = 1,521 \cdot 10^{11} \, м.$

Тогда период обращения Земли вокруг Солнца можно вычислить следующим образом:

$$|a|^{1/2} = 1,9983 \cdot 10^{-7}, \;\; 2\pi / |a|^{1/2} = 3,1442 \cdot 10^{7} \; с, \;\; T = 3,1442 \cdot 10^{7} / (24 \cdot 3600) = 363,9 \; сут.$$

Заключение. *В результате проведенного исследования, материалы которого представлены в данной статье, было доказано, что для функции, представимой в виде суммы функций независимых действительных аргументов, полином наилучшего приближения равен сумме полиномов наилучшего приближения для каждого из слагаемых функции.*

Ключевые слова: *аппроксимация потенциала, полином наилучшего приближения, равномерная норма, альтернанс, точка уклонения, критерий оптимальности, субградиент нормы.*

Construction of the Polynomial of Best Approximation for the Sum of Functions of Independent Arguments

U.V. Trubnikov, K.L. Yakuto
Educational Establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

There is a need to approximate the potential of one kind or another in many problems of physics. Approximation can be done
using polynomials of best approximation. In a private case, the potential can be represented as a sum of functions of independent arguments. The question arises, what is the relationship between the polynomial of best approximation for the function and the polynomial of best approximation for each of its summands.

The aim of the article is to prove that polynomial of best approximation for the function represented as a sum of functions of independent real arguments is equal to the sum of polynomials of best approximation for each of its summands.

Material and methods. *Material for this article is based on polynomials of the best approximation (the extreme polynomials) of the function, which is a sum of functions of independent arguments. The proof of the assumption was carried out in three stages. The first functionals of extreme polynomials for each summand of the function were built. Then it was shown that the composition of the functionals for each of the components is a functional of the extreme polynomial for the function. Then the composition of the functionals was applied to the function, and confirmed the correctness of the assumptions.*

Findings and their discussion. *Extreme polynomial on the subspace formed by functions of the form* $f\left(s_1, s_2, ..., s_m\right) = s_1^{t_1} s_2^{t_2} \cdot ... \cdot s_m^{t_m} \left(0 \le t_j \le n_j\right)$ *is the sum of the extreme polynomials* $P_{n_1}\left(s_1\right) + ... + P_{n_m}\left(s_m\right)$.

In the two-body problem the Earth–Sun after approximation we obtained the system of differential equations $\ddot{x} = ax, \; \ddot{y} = ay, \; \ddot{z} = az,$ *in which* $a = -\dfrac{2\gamma M}{r_{\min} r_{\max}\left(r_{\min} + r_{\max}\right)}, \quad \gamma = 6,72 \cdot 10^{-11}\, Nm^2 kg^{-2}, \; M = 1,9891 \cdot 10^{30}\, kg,$ $r_{\min} = 1,471 \cdot 10^{11}\, m, \; r_{\max} = 1,521 \cdot 10^{11}\, m.$ *Then the orbital period of the Earth around the Sun can be calculated as follows:* $|\,a\,|^{1/2} = 1,9983 \cdot 10^{-7}, \; 2\pi / |\,a\,|^{1/2} = 3,1442 \cdot 10^{7}\; s, \;\; T = 3,1442 \cdot 10^{7} / (24 \cdot 3600) = 363,9 \;\; day.$

Conclusion. *In the study, the proceedings of which are presented in this article, it was proved that for a function represented as a sum of functions of independent real arguments, the polynomial of best approximation is equal to the sum of the polynomials of best approximation for each summand of the function.*

Key words: *approximation of the potential, the polynomial of best approximation, uniform norm, alternance, the point of evasion, the criterion of optimality, subgradient of the standard.*