УДК 517.956.32

Критерий корректности смешанной задачи для общего уравнения колебаний полуограниченной струны с нестационарной характеристической первой косой производной в граничном условии

Ф.Е. Ломовцев, Е.В. Устилко
Белорусский государственный университет

В настоящей статье модификацией метода характеристик выведена формула единственного классического решения смешанной задачи для общего неоднородного уравнения колебаний полуограниченной струны с нестационарной характеристической первой косой производной в граничном условии. Нестационарность косой производной означает, что в ней коэффициенты зависят от времени. Ее характеристичность указывает на то, что она направлена по критической характеристике уравнения.

Цель – исследование корректности по Адамару во множестве классических решений и нахождение классического решения этой смешанной задачи.

Материал и методы. *Материалом работы служит смешанная задача для общего неоднородного уравнения колебаний полуограниченной струны при характеристической первой косой производной с зависящими от времени коэффициентами. Эта смешанная задача для более общего уравнения с младшей частью сводится заменой неизвестного решения к соответствующей смешанной задаче для более простого уравнения, содержащего только главную часть. Исследование корректности по Адамару (существования, единственности и устойчивости) во множестве классических решений и нахождение классического решения последней смешанной задачи проводится модификацией известного метода характеристик (распространяющихся волн).*

Результаты и их обсуждение. *Установлен критерий корректности во множестве классических решений смешанной задачи для общего неоднородного уравнения колебаний полуограниченной струны при нестационарной характеристической первой косой производной в граничном условии. Этот критерий корректности состоит из необходимых и достаточных требований гладкости на правую часть уравнения, начальные данные и граничное данное и трех условий согласования между ними для однозначной и устойчивой везде разрешимости этой смешанной задачи во множестве классических решений. Выведена явная формула единственного и устойчивого классического решения искомой смешанной задачи. Устойчивость (непрерывная зависимость) решения по исходным данным (от исходных данных): правой части уравнения, начальным данным и граничному данному – непосредственно вытекает из явной формулы классического решения. Полученные результаты дают полное и окончательное исследование и решение смешанной задачи, поставленной в настоящей работе.*

Заключение. *Найден критерий корректности по Адамару для классических решений смешанной задачи с характеристической первой косой производной и зависящими от времени коэффициентами в граничном условии. Выведена явная формула единственного и устойчивого классического решения этой смешанной задачи.*

Ключевые слова: *смешанная задача, нестационарное граничное условие, характеристическая косая производная, классическое решение, критерий корректности, требование гладкости, условие согласования*.

Correctness Criterion of a Mixed Problem for the General Oscillation Equation of a Semi-Bounded String with a Nonstationary Characteristic of First Directional Derivative in a Boundary Condition

F.E. Lomovtsev, E.V. Ustilko
Belarusian State University

In this article, by modifying the method of characteristics the formula for the unique classical solution of the mixed problem for the general inhomogeneous oscillation equation for a semi-bounded string with non-stationary characteristic epy first oblique derivative in the boundary condition is derived. The non-stationary nature of the oblique derivative means that the coefficients in it depend on the time. Its characterizability means that it is directed along the critical characteristic of the equation.

The aim of the article is to study Hadamard's correctness in the set of classical solutions and to find a classical solution of this mixed problem.

Material and methods. *The material of the paper is a mixed problem for the general inhomogeneous oscillation equation for a semi-bounded string with the characteristic first oblique derivative with time-dependent coefficients. This mixed problem for a more general equation with the lowest part is reduced by replacing the unknown solution to the corresponding mixed problem for a simpler equation containing only the principal part. The investigation of Hadamard correctness (existence, uniqueness, and stability) in the set of classical solutions and finding the classical solution of the last mixed problem is carried out by modifying the known method of characteristics (propagating waves).*

Findings and their discussion. *A correctness criterion is established in the set of classical solutions of the mixed problem for the general inhomogeneous oscillation equation for a semi-bounded string under the non-stationary characteristic first oblique derivative in the boundary condition. This correctness criterion consists of necessary and sufficient smoothness requirements on the right-hand side of the equation, the initial data and the boundary value, and three matching conditions between them for the unique and stable solvability of this mixed problem in the set of classical solutions. An explicit formula for the unique and stable classical solution of the required mixed problem is derived. The stability (continuous dependence) of the solution with respect to the input data (from the input data): the right-hand side of the equation, the initial data, and the boundary value follows directly from the explicit formula of the classical solution. The results obtained give a complete and final investigation and resolution of the mixed problem posed in this paper.*

Conclusion. *A Hadamard correctness criterion is found for classical solutions of a mixed problem with a characteristic first oblique derivative and time-dependent coefficients in the boundary condition. An explicit formula for the unique and stable classical solution of this mixed problem is derived.*

Key words: *the mixed problem, the non-stationary boundary condition, the characteristic oblique derivative, the classical solution, the correctness criterion, the smoothness requirement, the matching condition.*