

# Расходящиеся степенные ряды и формулы приближенного аналитического нахождения решений алгебраических уравнений

Ю.В. Трубников, М.М. Чернявский

Учреждение образования «Витебский государственный университет  
имени П.М. Машерова»

Актуальность работы определяется тем, что приближенное представление корней алгебраических полиномов в виде рациональных функций от коэффициентов дает возможность управлять движением корней, изменяя нужным образом коэффициенты полинома, что может найти применение в некоторых задачах управления.

Цель статьи – получить простой и эффективный алгоритм представления корней алгебраического полинома произвольной степени в виде рациональной функции от коэффициентов, используя возможности систем компьютерной математики, а также дать обоснование его применимости и привести ряд примеров.

**Материал и методы.** Материалом исследования являются алгебраические полиномы  $P_n(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_{n-1} z + a_n$ , а также представления в виде рядов функции  $\frac{1}{P_n(z)} = c_0 + c_1 z + \dots + c_m z^m + \dots$ ;  $\frac{1}{P_n(z)} = h_1 z^{-1} + \dots + h_m z^{-m} + \dots$ . Использованы методы математического анализа и система компьютерной математики Maple 2016.

**Результаты и их обсуждение.** Доказаны две теоремы. В теореме 1 утверждается, что если на окружности радиуса  $r=|z_1|$  ( $z_1$  – минимальный по модулю корень) нет других корней, то  $z_1 = \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{c_j}{c_{j+1}}$ . В теореме 2 аналогичный результат получен для максимального по модулю корня, т.е. если на окружности радиуса  $R$  ( $R=|z_1|$ , где  $z_1$  – максимальный по модулю корень) нет других корней, то  $z_1 = \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{h_{j+1}}{h_j}$ .

**Заключение.** Предложен новый алгоритм для получения формул приближенного нахождения наименьшего и наибольшего по модулю корней алгебраического уравнения произвольной степени через его коэффициенты. На конкретных примерах показана прямая связь разработанного алгоритма с формулами Никпорца приближенного нахождения корня полинома через его коэффициенты.

**Ключевые слова:** алгебраические уравнения, приближенное решение, расходящийся ряд, степенной ряд, решение через коэффициенты.

## Divergent Power Series and Formulas of the Approached Analytical Solution of Algebraic Equations

Yu.V. Trubnikov, M.M. Chernyavsky

Educational Establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

The current problem is approximate representation of the solutions of the algebraic polynomials in the form of rational functions of the coefficients that makes it possible to direct the shift of the radicals, when changing the polynomial coefficients in the right way, which can be used in some problems of controlling.

The purpose of the article is getting a simple and efficient algorithm for the representation of the radicals of the algebraic polynomials of the arbitrary degree through the rational function of the coefficients, using the capabilities of system of computer mathematics as well as giving justification of its application and showing some examples.

**Material and methods.** The algebraic polynomials  $P_n(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_{n-1} z + a_n$  and the representations in the forms of series of the function  $\frac{1}{P_n(z)} = c_0 + c_1 z + \dots + c_m z^m + \dots$ ;  $\frac{1}{P_n(z)} = h_1 z^{-1} + \dots + h_m z^{-m} + \dots$  were research materials. Methods of the mathematical analysis and system of computer mathematics Maple 2016 were used in the research.

**Findings and their discussion.** Two theorems are proved. Theorem 1 claims that if a circle of radius  $r = |z_1|$  ( $z_1$  – the least modulo radical) has no other radicals then  $z_1 = \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{c_j}{c_{j+1}}$ . In theorem 2, a similar result is obtained for the maximum modulo solution, i.e. if there are no other roots on the circle of radius  $R (R = |z_1|$  where the maximum modulo root), then the formula is  $z_1 = \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{h_{j+1}}{h_j}$ .

**Conclusion.** A new algorithm for deriving formulas of the approached determination of the maximum and minimum modulo the radicals of the algebraic equation of the third degree through its coefficients is offered. Specific examples show a direct link of the algorithm with the formulas of Nikiports approximate calculation of a root of a polynomial through its coefficients.

**Key words:** algebraic equations, approximate solution, divergent series, power series, solution through coefficients.