

О свойстве равномерной согласованности линейных управляемых локально интегрируемых уравнений с наблюдателем

А.А. Козлов, А.Д. Бурак

Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»

Рассматривается линейное нестационарное управляемое уравнение

$$\dot{x} = a(t)x + b(t)u, \quad x \in \mathbb{R}, \quad u \in \mathbb{R}, \quad t \in \mathbb{R}_+ \quad (1)$$

с наблюдателем

$$y = c(t)x, \quad y \in \mathbb{R}, \quad (2)$$

в котором коэффициенты $a(t)$, $b(t)$ и $c(t)$ являются локально интегрируемыми по Лебегу и интегрально ограниченными на положительной полуоси скалярными функциями. Управление в системе (1), (2) строится в виде линейной обратной связи по выходу $u = \nu(t)y$ с измеримой и ограниченной вещественной функцией $\nu(t)$, $t \in \mathbb{R}_+$. В результате подстановки выбранного управления в исходную систему получим уравнение с коэффициентами из того же класса, что и в (1), (2),

$$\dot{x} = (a(t) + b(t)\nu(t)c(t))x, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t \in \mathbb{R}_+ \quad (3)$$

В представленной работе на основании результатов работ С.Н. Поповой и Е.Л. Тонкова для уравнений вида (1), (2) сформулировано понятие равномерной согласованности на отрезке $[t_0, t_0 + \sigma]$, означающее, что при любом числе $t_0 \in \mathbb{R}_+$ существует величина $\alpha > 0$ такая, что для всякого числа $h \in \mathbb{R}$ найдется измеримая и ограниченная вещественная функция $\nu(t)$, удовлетворяющая оценке $\sup_{t \in [t_0, t_0 + \sigma]} |\nu(t)| \leq \alpha \cdot |h|$ и обеспечивающая разрешимость задачи управления

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(t)x + b(t)\nu(t)c(t)\tilde{x}(t, t_0), \\ x(t_0) &= 0, \quad x(t_0 + \sigma) = h, \end{aligned}$$

и установлено достаточное условие равномерной согласованности таких уравнений. Приведены примеры согласованных и несогласованных уравнений.

Рассмотренное в работе понятие равномерной согласованности в дальнейшем будет использовано для решения задачи глобального управления асимптотическими инвариантами уравнений (1) с наблюдателем (2). Кроме того, предложенный метод отыскания достаточного условия равномерной согласованности позволит в будущем распространить полученные результаты на случай линейных управляемых локально интегрируемых систем с наблюдателем малых размерностей.

Ключевые слова: *линейное управляемое уравнение, равномерная полная управляемость, равномерная согласованность, локальная интегрируемость, интегральная ограниченность, управление асимптотическими инвариантами линейных систем.*

About the Property of Uniform Coherency of Linear Control Locally Integrable Equations with Observer

A.A. Kozlov, A.D. Burak

Educational Establishment «Polotsk State University»

Let us consider a linear non-stationary control equation

$$\dot{x} = a(t)x + b(t)u, \quad x \in \mathbb{R}, \quad u \in \mathbb{R}, \quad t \in \mathbb{R}_+ \quad (1)$$

with observer

$$y = c(t)x, \quad y \in \mathbb{R}, \quad (2)$$

in which coefficients $a(t)$, $b(t)$ and $c(t)$ are Lebesgue locally integrable and integrally bounded scalar functions on the positive semiaxis. Control of the system (1), (2) is constructed by the principle of a linear feedback of output $u = \nu(t)y$ with measure and bounded real function $\nu(t)$, $t \in \mathbb{R}_+$. As the result of the lookup of the selected control in the initial system we get

equation with coefficients from the same class, as in (1), (2)

$$\dot{x} = (a(t) + b(t)v(t)c(t))x, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t \in \mathbb{R}. \quad (3)$$

In the present work basing on results of S.N. Popova's and E.L. Tonkov's works for equations (1), (2) the notion of uniform coherency on segment $[t_0, t_0 + \sigma]$ is formulated that means that measure $\alpha > 0$ exists with each number $t_0 \in \mathbb{R}$ such that for each number $h \in \mathbb{R}$ measure and bounded real function $v(t)$ can be found that satisfies the unequation

$$\sup_{t \in [t_0, t_0 + \sigma]} |v(t)| \leq \alpha \cdot |h| \text{ and provides the solvability of the problem of control}$$

$$\dot{x} = a(t)x + b(t)v(t)c(t)\tilde{x}(t, t_0),$$

$$x(t_0) = 0, \quad x(t_0 + \sigma) = h,$$

and sufficient condition of uniform coherency of this equations is established. Also examples of coherent and non-coherent equations are given.

The notion of uniform coherency that is considered in this research will be used in future for solving the problem of global control of asymptotic exponents of equations (1) with observer (2). Also the proposed method of finding the sufficient condition of uniform coherency allows to extend given results in case of linear control systems with observer with Lebesgue locally integrable and integrally bounded coefficients with observer of small dimensions.

Key words: linear control equation, uniform full controllability, uniform coherency, local integrability, integral boundness, control of asymptotic invariants of non-stationary linear systems.