

О единственности граничных управлений косыми производными на концах струны за любой короткий промежуток времени

Ф.Е. Ломовцев, С.П. Ходос

Белорусский государственный университет

В настоящей статье исследована единственность управлений $\{\mu_1, \mu_2\}$ задачи граничного управления для финальных моментов времени T , удовлетворяющих неравенствам $n-1 < T \leq n$, где индекс n принимает любое из трех значений 1; 2; 3.

Цель работы – изучение единственности граничных управлений задачи управления колебаниями ограниченной струны во множестве ее классических решений посредством нехарактеристических нестационарных первых косых производных в граничных условиях на концах струны.

Материал и методы. *Материалом служит задача управления колебаниями струны с помощью данных граничных условий на концах струны в случае нехарактеристических нестационарных первых косых производных. Исследование единственности управлений проводится путем анализа условий управляемости вместе с требованиями гладкости и условиями согласования исходных данных задачи управления на основе явных рекуррентных формул классических решений соответствующей смешанной задачи.*

Результаты и их обсуждение. *Согласно теореме существования классических решений задачи граничного управления в случае непрерывно дифференцируемого и нехарактеристического граничного режима эти решения существуют для тех и только тех исходных данных задачи (правой части, начальных и финальных данных), которые удовлетворяют соответствующим требованиям гладкости и условиям управляемости. Доказано, что для любых исходных данных, для которых выполняются такие требования и условия, всегда существует пара управлений $\{\mu_1, \mu_2\}$, удовлетворяющих соответствующим условиям согласования граничного режима с уравнением колебаний струны, начальным состоянием и финальным состоянием струны. Установлено, что эта пара управлений $\{\mu_1, \mu_2\}$ единственна для любого финального момента времени $0 < T \leq 2$ и не единственна для любого финального момента времени $2 < T \leq 3$.*

Заключение. *Указаны алгоритм и формулы для последовательного вычисления этих единственных и неединственных управлений в явном виде. В дальнейшем неединственные управления подлежат оптимизации. Алгоритм доказательства и формулы вычисления управлений не используют метод продолжений исходных данных задачи управления вне множеств задания этих данных при постановке изучаемой задачи.*

Ключевые слова: *задача граничного управления, финальный момент управления, классическое решение задачи управления, граничное управление, требование гладкости, условие управляемости, условие согласования.*

On the Uniqueness of Boundary Controls by Oblique Derivatives at the Ends of a String in Arbitrary Short Time Interval

F.E. Lomovtsev, S.P. Hodos

Belarusian State University

In this paper we study the uniqueness of controls $\{\mu_1, \mu_2\}$ of the boundary control problem for the final instants of time T , satisfying the inequalities $n-1 < T \leq n$, where the index n takes any of the three values 1; 2; 3. The purpose of the article is to study the uniqueness of boundary controls for the problem of controlling the oscillations of a bounded string in the set of its classical solutions by means of the non-characteristic non-stationary first oblique derivatives in the boundary conditions at the ends of the string.

Material and methods. *The material of this work is the problem of controlling the string oscillations with the help of given boundary conditions at the ends of a string in the case of non-characteristic non-stationary first oblique derivatives. The uniqueness of controls is investigated by analyzing the controllability conditions together with the smoothness requirements and the matching conditions for the given data of the control problem on the basis of explicit recurrence formulas for classical solutions of the corresponding mixed problem.*

Results and its discussion. According to the existence theorem for classical solutions of the boundary control problem in the case of a continuously differentiable and non-characteristic boundary regime, these solutions exist for those and only those input data of the problem (the right-hand side, initial and final data) that satisfy the corresponding smoothness requirements and controllability conditions. It is proved that for any given data for which such requirements and conditions are fulfilled, there always exists a pair of controls $\{\mu_1, \mu_2\}$, satisfying the matching conditions for the boundary regime with the equation of the string oscillations, the initial state and the final state of the string. It is established that this pair of controls $\{\mu_1, \mu_2\}$, is unique for any final time moment $0 < T \leq 2$ and is not unique for any final time moment $2 < T \leq 3$.

Conclusion. The algorithm and formulas for the sequential calculation of these unique and not unique controls in explicit form are indicated. In the future, not unique controls is subject to optimization. The proof algorithm and the formulas for calculating controls do not use the method of continuations of the input data of the control problem outside the sets of the specification of these data when the control problem is formulated.

Key words: the problem of boundary control, the final control moment, the classical solution of the control problem, the boundary control, the smoothness requirement, the controllability condition, the matching condition.