

# Идемпотентные полугруппы линейных отношений

**М.И. Наумик, Т.К. Петрова**

*Учреждение образования «Витебский государственный университет  
имени П.М. Машерова»*

*В настоящей статье изучаются идемпотентные полугруппы линейных отношений, т.е. частичные многозначные линейные преобразования конечномерного векторного пространства над полем.*

*Цель работы – получение строения идемпотентных полугрупп линейных отношений.*

**Материал и методы.** *Применяются методы общей алгебры и линейной алгебры, а также методы теории полугрупп для изучения идемпотентных полугрупп линейных отношений.*

**Результаты и их обсуждение.** *Пусть  $V$  – произвольное конечномерное векторное пространство над полем. Для того чтобы множество идемпотентных линейных отношений было полугруппой левых нулей, необходимо и достаточно, чтобы совпадали вторые проекции и коядра. Аналогично, для того чтобы множество идемпотентов линейных отношений было полугруппой правых нулей, необходимо и достаточно, чтобы совпали их первые проекции и ядра. Доказано, что любая идемпотентная полугруппа линейных отношений есть конечная полурешетка прямоугольных полугрупп.*

**Заключение.** *Результаты можно применять в дальнейшем для изучения полугрупп идемпотентов линейных отношений, т.е. для коммутативных полугрупп идемпотентов и медиальных полугрупп идемпотентов линейных отношений, а также для инверсных полугрупп линейных отношений.*

**Ключевые слова:** *линейные отношения, идемпотент, полурешетка, решетка.*

## Idempotent Semigroups of Linear Relations

**M.I. Naumik, T.K. Petrova**

*Educational Establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»*

*Idempotent semigroups of linear relations, i.e. partial multivalued linear transformations of finite vector space over the field, are studied in the article.*

*The purpose is to obtain the composition of idempotent semigroups of linear relations.*

**Material and methods.** *Methods of general algebra and linear algebra are used as well as methods of the semigroup theory for the study of idempotent semigroups of linear relations.*

**Findings and their discussion.** *Let  $V$  be an arbitrary finite vector space over the field. For the multitude of idempotent linear relations to be a semigroup of left nils, it is necessary and sufficient that secondary projections and co-nuclei should coincide. Similarly, for the multitude of idempotents of linear relations to be a semigroup of right nils, it is necessary and sufficient that their first projections and nuclei should coincide. It is proven that any idempotent semigroup of linear relations is a finite semigrate of rectangular semigroups.*

**Conclusion.** *The results can be further applied in studying semigroups of idempotents of linear relations, i.e. for commutation semigroups of idempotents and medial semigroups of idempotents of linear relations as well as for inverse semigroups of linear relations.*

**Key words:** *linear relations, idempotent, semigrate, grate.*